

DS 1 Sciences de l'ingénieur

PCSI 1

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Les candidats sont invités à **encadrer** les résultats littéraux et **souligner** les résultats numériques.

Toutes les réponses doivent être inscrites sur le document réponse

Contenu du sujet : 2 documents

- Énoncé de 11 pages
- Document réponse de 5 pages

Durée : 2h

Calculatrice autorisée

PARTIE 1 : Questions de cours

Question 1. Tracer la réponse $s(t)$, en indiquant les points caractéristiques, pour les valeurs suivantes :

- $K = 1,5$ (unité SI)
- $e_0 = 5$ (unité SI)
- $\tau = 0,2$ s

Vous préciserez la valeur du temps de réponse à 5 % noté $tr_{5\%}$.

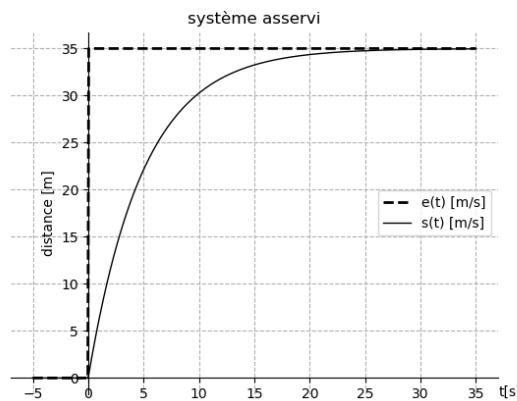
Le cahier des charges d'un asservissement en position est proposé ci-dessous.

- Cahier des charges _____

| Critères | Niveaux |
|-------------|---------------------------------------|
| Stabilité | Le système doit être stable |
| Précision | Erreur statique inférieure à 5% |
| Rapidité | Temps de réponse à 5% inférieur à 20s |
| Dépassement | Premier dépassement inférieur à 10% |

Ce système est soumis à une consigne en échelon. La réponse temporelle de cet essai est proposée ci-dessous.

Question 2. Le système satisfait-il au cahier des charges proposé ? (Chaque critère est à justifier).

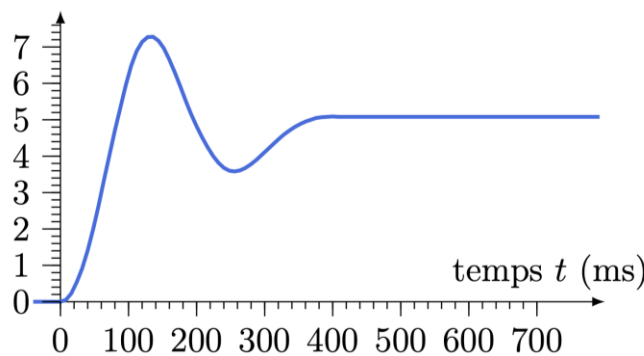


Un cahier des charges d'un asservissement position d'un bras de robot est proposé ci-dessous.

| Critère | Niveau |
|-------------------------------|--------|
| Erreur statique | nulle |
| Tr5% | <0,4 s |
| 1 ^{er} Dépassement % | <20% |

Ce système est soumis à une consigne échelon d'amplitude 1mm. La réponse temporelle de cet essai est proposée ci-dessous. L'ordonnée est en mm et l'abscisse en ms.

déplacement de l'axe (mm)



Question 3. Le système satisfait-il le cahier des charges proposé ? (Chaque critère est à justifier).

PARTIE 2 : Asservissement robot Spirit (inspiré du concours Centrale 2016)

On s'intéresse à la motorisation du robot Spirit, un rover conçu par la NASA pour étudier la composition chimique de Mars.



Robot Spirit

La propulsion du robot se fait par l'intermédiaire de 6 roues de diamètre $D = 0.1 \text{ m}$, entraînées chacune par un moteur électrique à courant continu de 40 W de puissance et de vitesse maximale de 3500 tr/min . Un réducteur de rapport $k = \frac{\omega_S}{\omega_E}$ placé en sortie de moteur permet de réduire la vitesse de rotation et augmenter le couple exercé sur la roue. Le moteur est alimenté électriquement par un amplificateur de puissance.

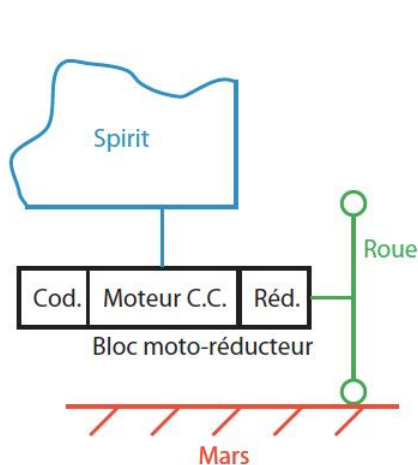


FIGURE 8 – Schéma de principe de la motorisation d'une roue.

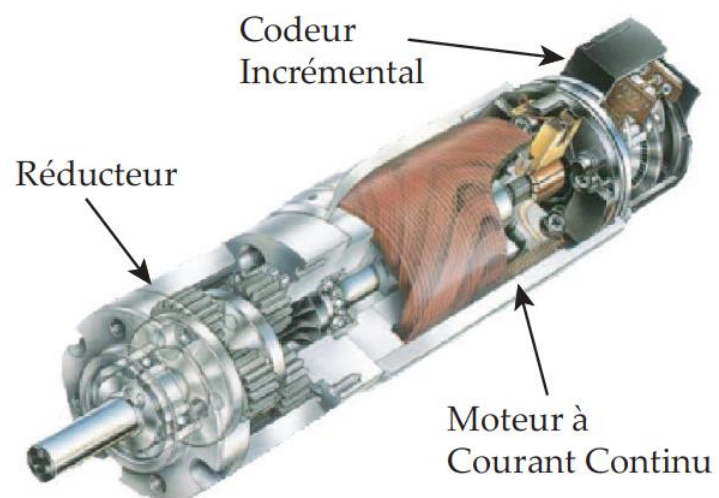


FIGURE 9 – Écorché du moto-réducteur muni du codeur incrémental.

La motorisation est pilotée en vitesse. Le système reçoit une vitesse consigne $V_c(t)$ en m/s , qui est transformée grâce à un adaptateur en une tension $U_c(t)$ en volt. Cette tension est comparée avec la tension renvoyée par le codeur incrémentale (noté $U_{capt}(t)$) et la différence des deux tensions donne la grandeur $\varepsilon(t)$ tel que $\varepsilon(t) = U_c(t) - U_{capt}(t)$. Le signal $\varepsilon(t)$ est ensuite corrigé par un correcteur qui élabore la consigne pour l'amplificateur de puissance. L'amplificateur de puissance délivrera alors au moteur une tension $u(t)$.

Le codeur incrémental mesure la vitesse de rotation du moteur, notée $\omega_e(t)$, et renvoie un signal électrique $U_{capt}(t)$.

L'ensemble est alimenté grâce à des panneaux solaires qui transmettent jusqu'à 140W de puissance électrique à une batterie.

On considère que $V_r(t)$ correspond la vitesse réelle du robot.

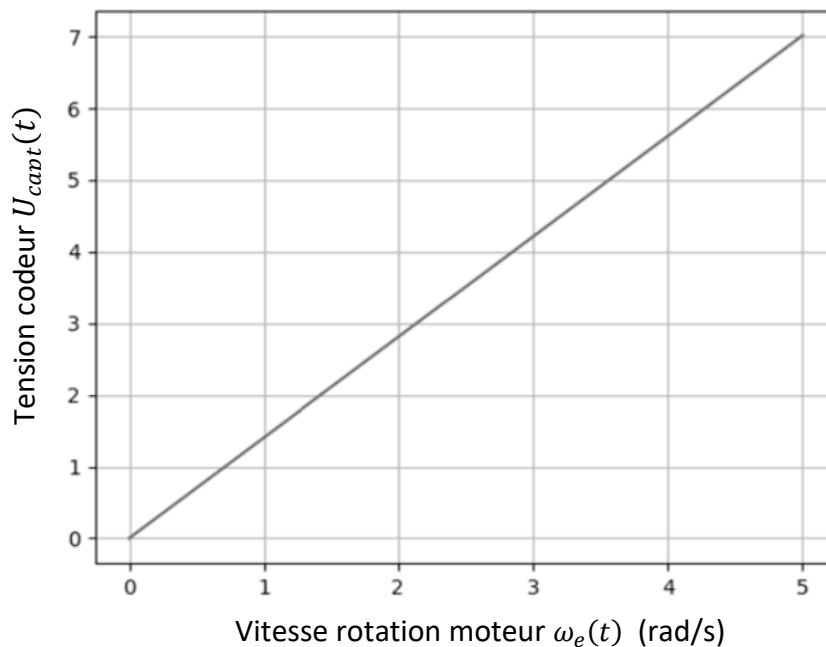
Question 4. Compléter la chaine d'énergie du robot Spirit.

Question 5. Compléter le schéma bloc décrivant l'asservissement en vitesse du robot Spirit.

Vous indiquerez pour le moment uniquement le nom des éléments. Préciser ensuite les grandeurs ($U_{capt}(t)$, $\omega_e(t)$, $\omega_s(t)$, etc.) entre les blocs

On souhaite maintenant déterminer littéralement puis numériquement les blocs du schéma-blocs.

On donne ci-dessous la courbe de fonctionnement du codeur incrémental qui permet de relier la tension délivrée par le codeur $U_{capt}(t)$ (en Volt) en fonction de la vitesse de rotation du moteur $\omega_e(t)$ (en radian/s)



Question 6. Justifier que le rapport $\frac{U_{capt}(t)}{\omega_e(t)}$ est un gain pur, que l'on notera k_{codeur} . Donner alors la valeur numérique de k_{codeur} avec 2 chiffres significatifs.

Par la suite, on suppose que le correcteur et l'amplificateur de puissance ont un gain dont le produit est égal à 1.

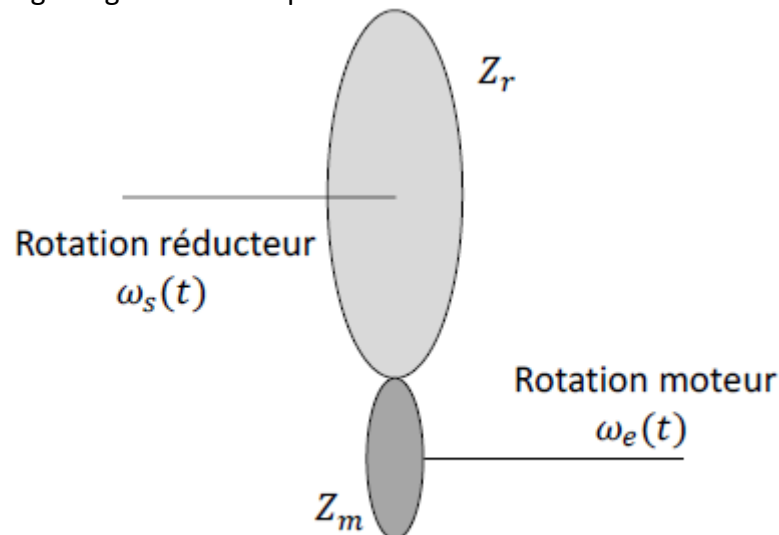
On donne les quatre équations du moteur à courant continu :

- (E1) : $u(t) = R \cdot i_m(t) + e(t)$ où
 - $u(t)$ est la tension d'alimentation du moteur, en sortie de l'amplificateur de puissance (en V) ;
 - $R = 0,1 \Omega$ est la résistance de l'induit (en Ω) ;
 - $i_m(t)$ est l'intensité consommée dans l'induit (en A) ;
 - $e(t)$ est la force contre-électromotrice (en V).

- (E2) : $J \cdot \frac{d\omega_e(t)}{dt} = C_m(t)$ où
 - $J = 10^{-4}$ kg.m² est l'inertie du rotor (en kg.m²) ;
 - $\omega_e(t)$ est la vitesse de rotation du moteur (en rad.s⁻¹) ;
 - $C_m(t)$ est le couple moteur ;
- (E3) : $e(t) = k_e \cdot \omega_e(t)$ avec $k_e = 0,1$ (unité SI) la constante de vitesse ;
- (E4) : $C_m(t) = k_e \cdot i_m(t)$

Question 7. Combiner les équations précédentes et les mettre sous la forme d'une équation différentielle du premier ordre qui dépend de $\omega_e(t)$ et $\frac{d\omega_e(t)}{dt}$, avec la tension $u(t)$ comme entrée. Après avoir mis cette équation dans LAPLACE (conditions initiales nulles), **Ecrire le résultat sous la forme d'une fonction de transfert sous forme canonique.** Donner la valeur littérale du gain (noté K_m) et de la constante de temps (notée τ_m) de cette équation différentielle.

On souhaite déterminer le gain du réducteur (placé en sortie du moteur). Ce dernier est composé de deux engrenages comme représenté ci-dessous :



On rappelle que le réducteur a pour rapport de réduction $k = \frac{\omega_s(t)}{\omega_e(t)}$. On donne les nombres de dents pour la roue dentée du réducteur $Z_r = 40$ et pour la roue dentée du moteur $Z_m = 10$.

Question 8. Donner la valeur littérale puis numérique de k (avec deux chiffres significatifs).

Après le réducteur, la puissance mécanique est envoyée à la roue (de diamètre $D=10$ cm).

Question 9. Donner alors le rapport $\frac{V_r(t)}{\omega_s(t)}$ sous forme littérale puis numérique.

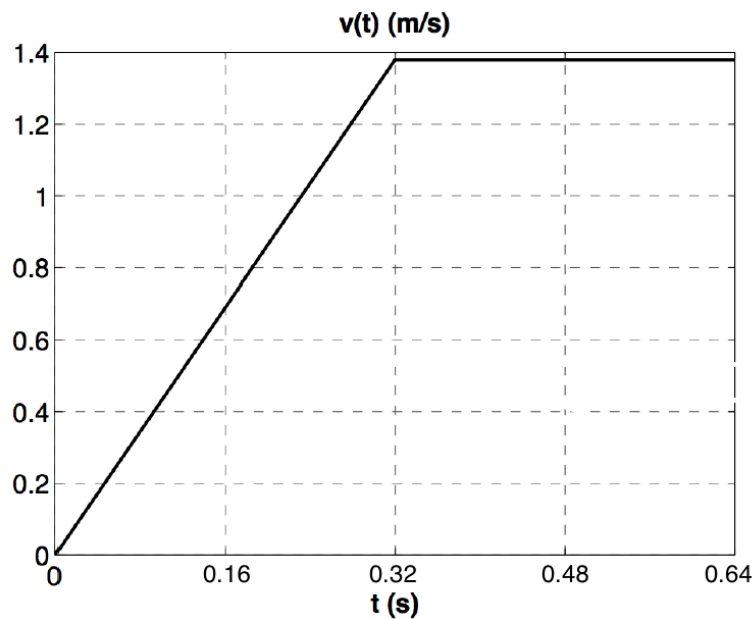
Question 10. En se plaçant dans le cas où la sortie $V_r(t)$ est égale à la consigne $V_c(t)$, justifier mathématiquement que pour avoir l'écart $\varepsilon(t) = 0$ alors il faut que le gain de l'adaptateur $k_{adaptateur}$ soit égal au gain du codeur, noté k_{codeur} . On admettra par la suite que le gain de l'adaptateur est égal à k_{codeur} .

Question 11. En considérant dans un premier temps l'absence de codeur incrémental, donner l'équation différentielle du robot (sous forme littérale) qui relie

$V_r(t)$ et $\frac{dV_r(t)}{dt}$ avec l'entrée $V_c(t)$. Après avoir mis cette équation dans LAPLACE (conditions initiales nulles), **Écrire le résultat sous la forme d'une fonction de transfert sous forme canonique.** Donner la valeur littérale du gain (noté K_r) et de la constante de temps (notée τ_r) de cette équation différentielle.

Question 12. A l'aide du résultat de la question précédente, donner le temps de réponse à 5% sous forme littérale puis numérique du robot Spirit. La question suivante est complètement indépendante des questions précédentes.

Des premiers tests ont eu lieu sur Terre pour qualifier la performance du robot Spirit. On donne ci-dessous l'évolution temporelle de la vitesse du robot se déplaçant.



Question 13. Déterminer la distance parcourue pendant la phase d'accélération (de 0s à 0,32 s) en déduire ensuite la distance totale parcourue (de 0s à 0,64s).

Partie 3 : Pince de micromanipulation *(inspiré du concours CCINP 2024)*

La micro-manipulation désigne la manipulation d'objets de dimensions comprises entre quelques micromètres et quelques millimètres. Pour ceux assez grands pour être visibles à l'œil nu, mais trop petits pour être efficacement attrapés à la main, cela se fait actuellement bien souvent manuellement, avec des outils fins, tels que des pinces brucelles et requiert beaucoup d'expertise, de savoir-faire et de précision dans le geste. De nombreux domaines sont concernés par ces manipulations fines, complexes et rarement répétitives :

- la médecine (micro-chirurgie) ;
- l'artisanat (horlogerie, joaillerie) ;
- l'électronique (micro-circuits électroniques).

La pince brucelles est une pince fine à ressorts, ouverte au repos et adaptée pour saisir de très petits objets (**figure 1**). Les différents modèles manuels existants se distinguent par leur taille, rigidité ou encore embout de saisie.



Figure 1 - Pinces brucelles

I.2 - Pince brucelles instrumentée haptique

Dans des positions de travail souvent peu confortables et durant de longues heures, chirurgiens et artisans sont ainsi amenés à devoir contrôler leurs mains tant dans les mouvements minutieux que dans les efforts exercés pour le serrage de la pince.

La téléopération permet d'amplifier ou de réduire les mouvements et les efforts et ainsi changer d'échelle au niveau de la pince esclave (manipulation d'objets plus petits ou plus grands). La dextérité du geste manuel peut également être améliorée en filtrant les éventuels mouvements physiologiques ou les tremblements parasites. Lorsque la commande est unidirectionnelle (du maître vers l'esclave, sans retour), le couplage est dit unilatéral. Au contraire, le couplage est dit bilatéral lorsqu'un retour d'information revient à l'opérateur, par exemple par le biais d'un retour haptique, qui permet alors à l'opérateur d'avoir la sensation de manipuler directement l'objet saisi par l'esclave. Une amplification des retours sensoriels permet également d'améliorer le geste manuel.



Figure 2 - Pince instrumentée

Le système étudié dans ce sujet se rapproche donc d'une pince brucelles classique. La pince instrumentée (**figure 2**) est polyvalente car destinée à quatre cas d'utilisation essentiels (diagramme SysML des cas d'utilisation **figure 9, annexe 1**) :

- manuelle : l'opérateur actionne alors uniquement avec ses doigts la fermeture de la pince sur un objet ;
- collaborative : l'opérateur commande avec sa main la pince, qui l'assiste alors notamment dans le contrôle de la force de serrage ou le maintien d'un objet (co-manipulation) ;
- maître : l'opérateur se sert de la pince pour contrôler à distance une autre pince (téléopération) ;
- esclave : le contrôle à distance permet automatiquement de suivre les mouvements du maître et de l'opérateur, en particulier l'ouverture et la fermeture de la pince (téléopération) sur un objet.

Dans les trois premiers cas d'utilisation, la pince est entre les mains de l'opérateur alors que dans le dernier cas, c'est un bras robotisé qui la déplace. Lorsque la pince est utilisée en téléopération en tant que pince maître, les déplacements sont suivis grâce à deux caméras infra-rouge et des marqueurs accrochés à la pince (système Optitrack, non étudié ici), et servent à commander le bras robotisé (non étudié ici).

Selon les cas d'utilisation, au plus trois actions mécaniques distinctes s'exercent sur les deux branches de la pince :

- F_u : force exercée par l'utilisateur sur la pince ;
- F_o : force exercée par l'objet saisi sur la pince ;
- C_m : couple exercé par le moteur sur la pince.

Le diagramme SysML partiel des exigences (**figure 10, annexe 1**) présente les principales exigences associées à la pince instrumentée.

Question 14. Donner la sous exigence du diagramme SysML partiel des exigences (**Figure 10 annexe 1**) essentielle pour que la pince instrumentée puisse être employée dans le cas d'utilisation manuelle.

I.3 - Pince brucelles instrumentée

La **figure 3** donne une vue détaillée des éléments constitutifs de la pince instrumentée. Un diagramme SysML de définition des blocs est également fourni (**figure 11, annexe 1**) de même que la description incomplète des chaînes de puissance et d'information (**figure 12, annexe 2**).

Question 15. Préciser les éléments numérotés de 1 à 8 des chaînes de puissance et d'information pour l'actionnement de la pince instrumentée haptique (**figure 12 annexe 2**).

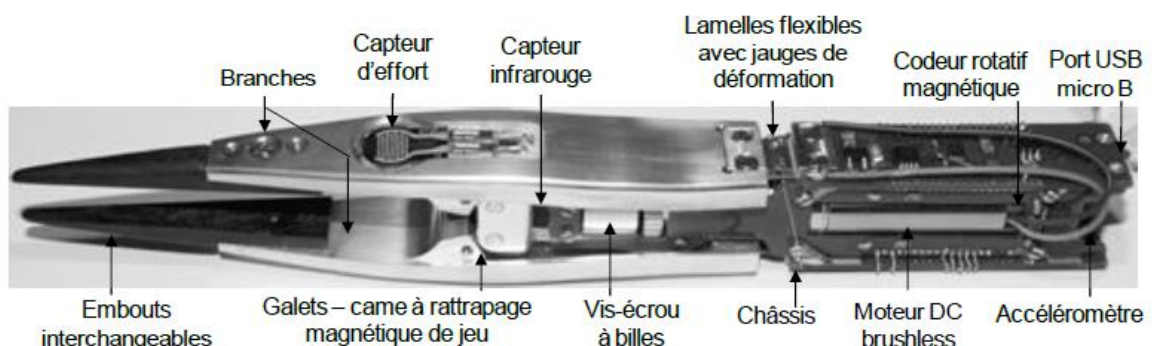


Figure 3 - Pince instrumentée – vue détaillée

Annexe Pince de micromanipulation

ANNEXE 1 - Diagrammes SysML et chaînes fonctionnelles

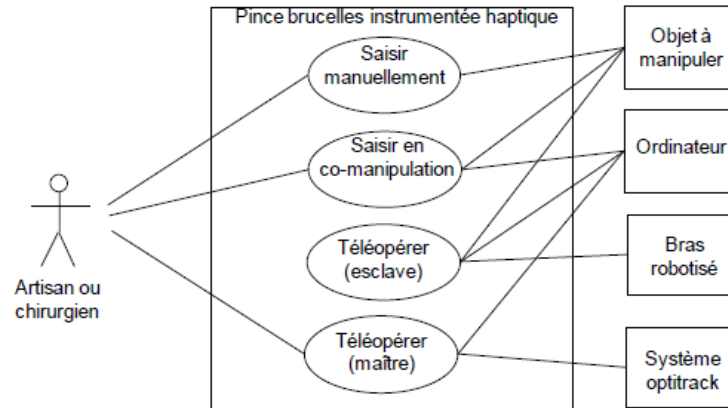


Figure 9 - Diagramme SysML des cas d'utilisation

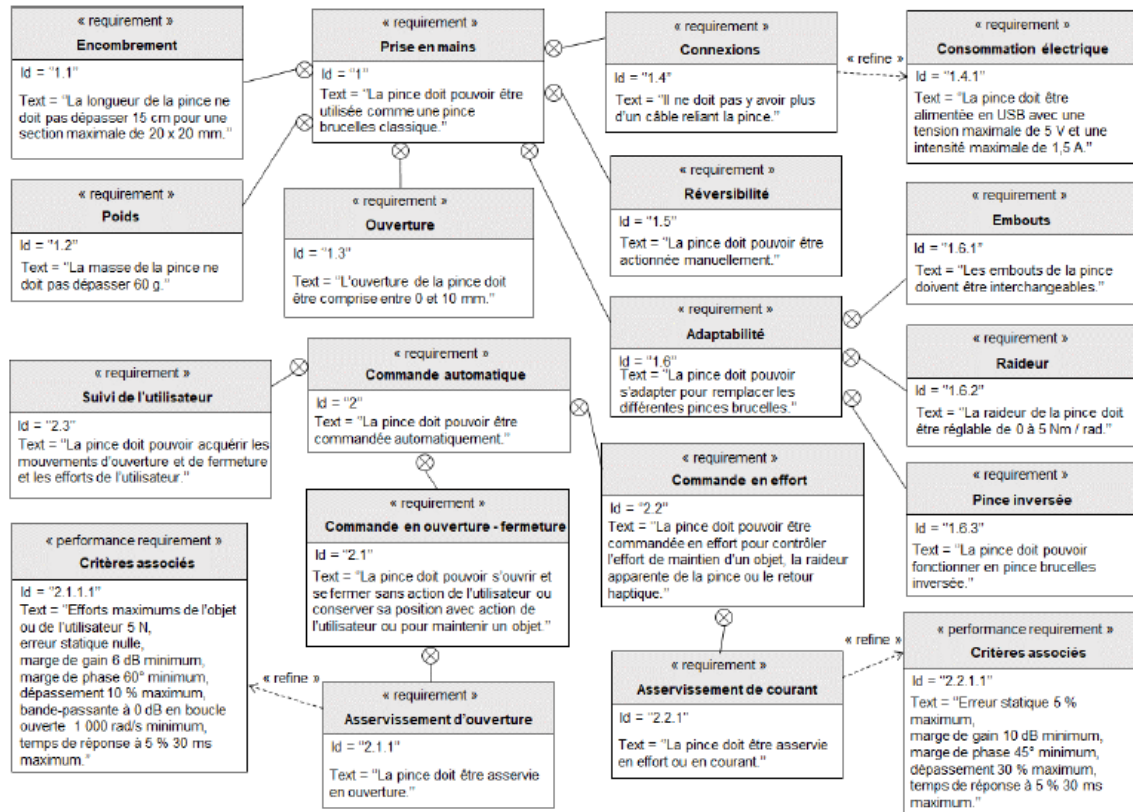


Figure 10 - Diagramme SysML partiel des exigences

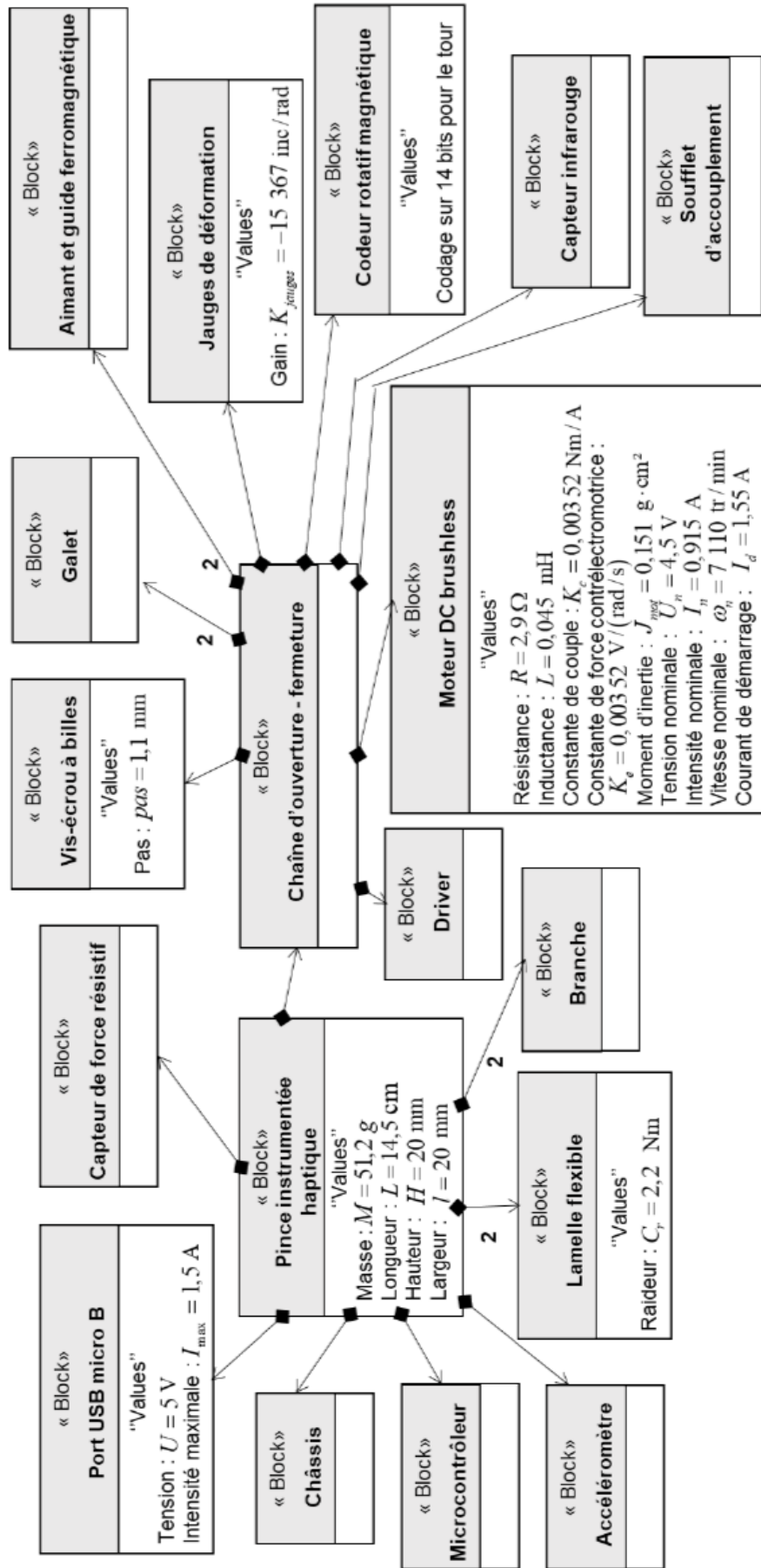


Figure 11 - Diagramme SysML de définition de blocs

ANNEXE 2 - Chaînes fonctionnelles

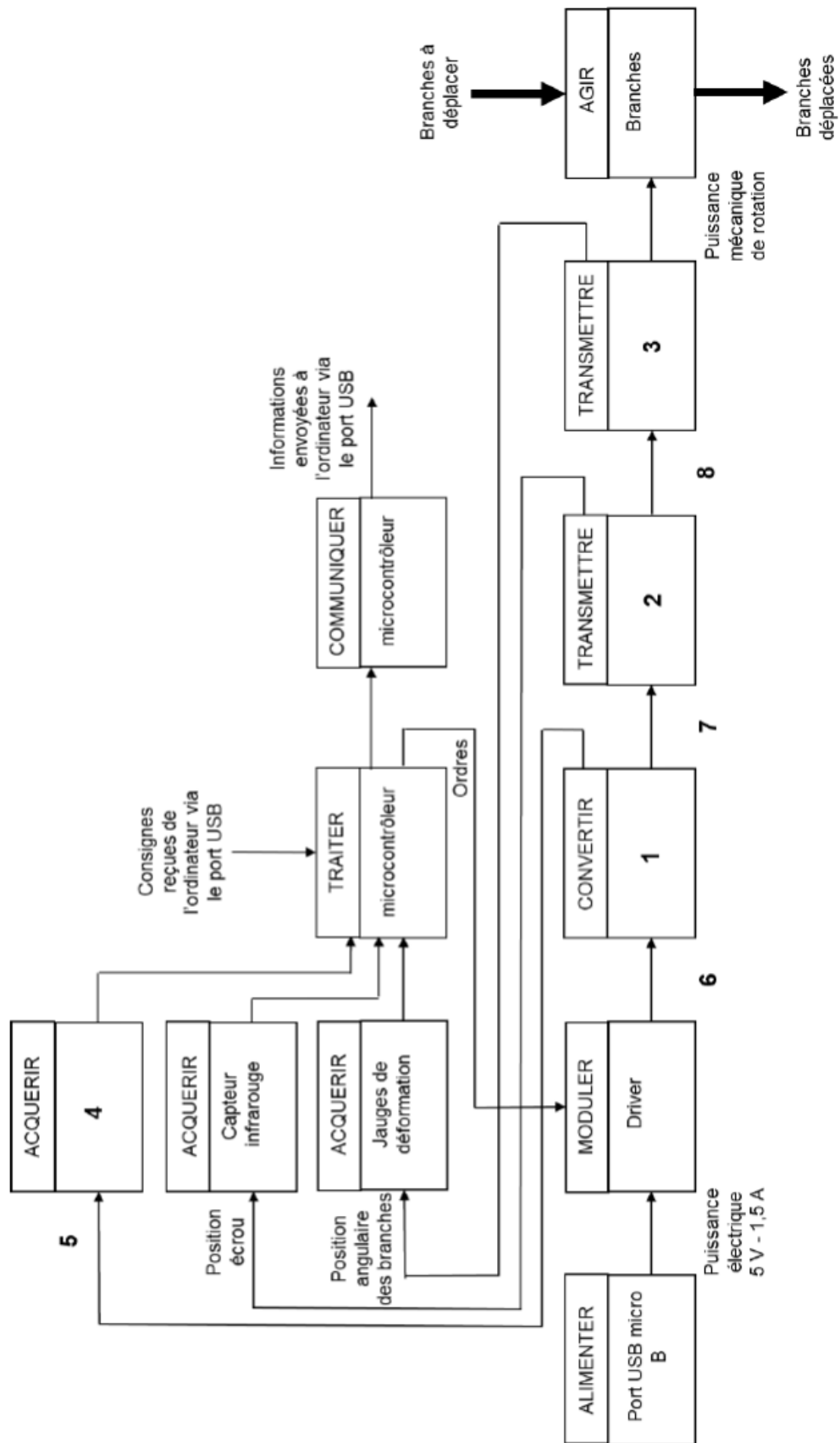


Figure 12 - Chaînes de puissance et d'information d'actionnement de la pince